

Matematikk

Programfag studiespesialisering real

Omfang: matematikk 2 140 timer, matematikk 3 280 timer

Formål og perspektiv

Arbeidet med matematikk styrker og strukturerer tenkningen, slik at forestillingene gjøres levende, det gjør tankearbeidet til en aktiv kraft, og styrker evnen til å utvikle brukbare ideer og begreper samt oppdage matematiske mønstre og regler. Geometrien kan understøtte utvikling av billeddannelsen, så den blir levende og bevegelig. Arbeid med forskjellige tilnærminger til geometri, euklidsk, analytisk og projektiv, styrker forestillingsevnen og gir impulser til å kunne se verden og matematikken på nye måter. Arbeid med problemløsning, analyse, logisk resonnement og metodiske spørsmål styrker den tankemessige arbeidsevnen. Elevene kan øve evnen til å oppdage ideer ved å se mønstre, proporsjoner og tallmessige og begrepsmessige sammenhenger. Arbeidet med å utvikle disse dannelsesmålene går parallelt med arbeidet med å tilegne seg den øvrige kompetanse i faget når elevene arbeider med egnede emner innen matematikk. Arbeidet i matematikk kan også beskrives som problemløsningsorientert. Utgangspunktet er konkrete og realistiske oppgaver og begrepsdannelsen skjer gjennom en tankemessig avklaring og abstrahering som samtidig er en objektiviseringsprosess. Øvingen er her sentral og evnen til å bevege seg i sikre, metodiske steg på veien fra problem til løsning. Matematikk er et viktig redskapsfag for å kunne strukturere og bearbeide problemstillinger innen alle de tverrfaglige elementene folkehelse og livsmestring, demokrati og medborgerskap og bærekraftig utvikling. Problemstillinger fra disse områdene tas inn i undervisningen for å vise matematikkens kraft som strukturerende element og analytisk redskap. I matematikk øver man blant annet den logiske og analytiske tenkningen. Dette har åpenbare positive effekter på livet man lever da man kan anvende lignende strukturer i alt fra praktisk planlegging til å utøve kritisk tenkning og sile ut relevant fra irrelevant informasjon tilgjengelig i sosiale medier og nyheter. Dette fører til økt livsmestring. Ved å gjennomføre og vurdere egne statistiske undersøkelser kan elevene få øynene opp for at det samme tallmaterialet kan framstilles på flere forskjellige måter. Opplevelsen av betydningen av framstillingsformen gir ny innsikt i den kritiske tenkning som kreves som medborger i et moderne demokrati. Verden rundt oss er i kontinuerlig endring på store og små tidsskalaer. Ulike fenomener i naturen henger sammen på en kompleks måte og for eksempel når mennesker bidrar med økt utslipp, kan delsystemer kommet ut av balanse og løpe løpsk. Derfor er derivasjon et relevant tema for bærekraftig utvikling da vi kan kvantifisere endringen og innføre stabiliserende tiltak deretter.

Kjerneelementer

Utforskning og oppdagelse

Kjerneelementet utforskning og oppdagelse handler om hvordan kunnskap produseres i matematikk, både gjennom utforskning som metode og gjennom oppdagelse som opplevelse. Utforskning av problemstillinger og oppdagelse av generelle lovmessigheter er en helt grunnleggende del av matematikkfaget. Nysgjerrighet overfor nye utfordringer og problemstillinger er startpunktet for all matematisk kunnskap, enten det er mønstrene i den lille gangetabellen eller hvordan geometrien endrer seg når vi gir Euklids femte postulat et annet innhold. Dette kjerneelementet handler også om matematikkens historie, om å

oppdage hvordan tidligere tiders matematikere har utforsket matematiske problemstillinger. Utforsking og oppdagelse handler også om nysgjerrighet og om å tolerere feiltakelser.

Kommunikasjon og samarbeid

Kjerneelementet kommunikasjon og samarbeid handler om hvordan kunnskap formidles, om å formidle egne tanker til andre, og om å være åpen for andres innspill til egne tankeprosesser. Å utforske matematiske sammenhenger i større og mindre grupper, skriftlig eller muntlig, krever at matematikeren kan uttrykke sine egne matematiske overveielser slik at andre kan forstå dem. Dette handler også om å utvikle presisjon i tenkningen og å formulere problemstillinger presist.

Kritisk tenkning og generalisering

Kjerneelementet kritisk tenkning og generalisering handler om hvor kunnskap kommer fra i matematikken. Alle regler og setninger blir bevist i matematikk, noe som skiller faget fra naturvitenskapene. Videre handler kjerneelementet om hvordan utforsking av matematiske problemstillinger fører fram til matematiske setninger. Kritisk tenkning til å etterprøve gyldigheten av bevis, enten ved å undersøke spesielle konkrete tilfeller, eller ved å gå gjennom stegene i formelle, generelle bevis, hører til kjerneelementet. Til kjerneelementet hører også sammenhengen mellom den generelle regel og det spesielle tilfellet, og at det går en vei fra det spesielle tilfellet til den generelle regelen og at den generelle regelen kan anvendes på flere områder.

Problemløsning og produktiv anstrengelse

Kjerneelementet problemløsning og produktiv anstrengelse handler om hvordan kunnskap og ferdigheter produseres i matematikk. Problemløsning er selve kjernen i matematikkfaget og innebærer ofte at matematikere blir konfrontert med utfordringer som det ikke umiddelbart er noen løsning på. Produktiv anstrengelse har derfor en særlig betydning i matematikkfaget. Kjerneelementet handler også om å vise betydningen av problemløsning og produktiv anstrengelse gjennom eksempler fra matematikkhistorien.

Kompetansemål matematikk 2

Mål for opplæringen er at elevene skal kunne:

- anvende derivasjon til å drøfte forløpet til funksjoner og tolke den deriverte mot praktiske modeller
- bruke formler for den deriverte til potens-, eksponential- og logaritmefunksjoner, og derivere summer, differanser, produkter, kvotienter og sammensetninger av disse funksjonene
- forklare grenseverdi, kontinuitet, derivasjon og steget fra endelige størrelser til infinitesimale størrelser for eksempel uttrykt geometrisk ved steget fra sekant til tangent
- finne definisjonsområde, ekstremalpunkter og vendepunkter, krumningsforhold og asymptoter for polynomfunksjoner, rasjonelle funksjoner og sammensatte funksjoner

- skissere grafen for den deriverte og den dobbelderiverte til en funksjon ut fra grafen til funksjonen og omvendt.
- utforske sammenhengen mellom forløpet av grafen til en eksponential- eller logaritmefunksjon og betydningen av koeffisienter i et funksjonsuttrykket
- regne med vektorer i planet, både geometrisk som piler og analytisk på koordinatform.
- beregne og analysere lengden av og vinkler mellom vektorer samt avgjøre parallellitet og ortogonalitet
- utforske og anvende betingelser og regler for når geometriske rekker konvergerer og divergerer
- utforske egenskaper ved desargueskonfigurasjoner og harmoniske grunnfigurer med elementer innenfor det endelige planet og med uendelig fjerne elementer
- utforske sammenhenger mellom homologisk transformasjon og skyggebilder av plane figurer fra en punktluskilde
- gjøre rede for dualitet i det projektive planet og vise duale egenskaper ved konstruksjoner
- anvende parameterframstillinger

Innhold og arbeidsmåter

Undervisningen tar gjerne utgangspunkt i utforskende oppgaver, spørsmål eller problemstillinger. På denne måten etterstreber vi å undervise på en måte som vekker undring og nysgjerrighet hos eleven slik at spørsmålene «hvorfor» og «hvordan» oppstår hos eleven. Denne undringen virker sterkt motiverende for elevene, og læreren legger til rette for at elevene kan utforske disse spørsmålene enten individuelt, i grupper eller som et forskningsfellesskap i hele klassen. På denne måten får elevene øvelse i å utvikle nye ideer, formidle dem og prøve dem ut. Her er det avgjørende at elevene erfarer at de må gjøre feil, identifisere feil og rette feil for å gjennomføre et slikt utforskningsarbeid. Dette forskningsarbeidet tar gjerne utgangspunkt i konkrete og enkle problemstillinger, som egner seg til å generalisere. Læreren tilrettelegger på denne måten for at matematiske lovmessigheter utkrystalliserer seg som frukten av elevenes eget forskningsarbeid. Når forskningsarbeidet har ført elevene frem til nye lovmessigheter, er det viktig at elevene oppnår stødighet i å anvende disse. Øvelse og oppgaveløsning er derfor en sentral arbeidsform både i den utforskende og i den øvende delen av faget. Når elevene har sikret seg en forståelse av lovmessighetene og ferdigheter i å anvende dem kan erfaringen med lovmessigheter utvides ved å bearbeide dem med digitale verktøy. Elevene arbeider også med skriftlige og muntlige arbeidsformer som periodehefter, rapporter, presentasjoner etc. Tiden mellom opplæringsøktene er en viktig del av arbeidet i faget. Det er også sentralt i undervisningen at valget av undervisningsinnhold fordeler seg på de ulike klassetrinn ut fra overveielser om elevenes aldersspesifikke modning. Læreren må også ta hensyn til elevenes aldersspesifikke utvikling ved valg av tilnærming til undervisningsinnholdet og hvilken vinkling det får.

Matematikk er et øvelsesfag. Undervisningen legger til rette for at elevene møter utfordringer som de må anstrenge seg for å få til, men som de er i stand til å møte. Ved å erfare hvordan denne anstrengelse fører til mestring, øver elevene sin utholdenhet i arbeidet med matematiske utfordringer, som er en viktig faglig egenskap. Undervisningen legger til rette for at det er balanse mellom utforskende aktivitet og oppgaver som trener elevene i å anvende prosedyrer og metoder klassen har utviklet. De lovmessighetene og sammenhengene elevene har funnet, må øves for at de skal kunne danne grunnlag for videre utvikling og oppdagelse.

Vurdering

Underveisvurdering

Underveisvurderingen skal bidra til å fremme læring og til å utvikle kompetanse i faget. Elevene skal få mulighet til å vise kompetansen sin i matematikk gjennom hele opplæringen. De skal få rettleiding og oppmuntring og involveres i egen læringsprosess. Elevene viser kompetanse i matematikk når de utforsker og oppdager matematiske sammenhenger, generaliserer og kritisk vurderer resultatene sine, når de gjør beregninger og løser problemer og når de samarbeider med og kommuniserer med andre om arbeidet sitt. Læreren skal være i dialog med elevene om utviklingen deres i faget. Med utgangspunkt i kompetansen elevene viser, skal de få anledning til å sette ord på hva de opplever at de får til, og reflektere over egen faglige utvikling. Læreren skal planlegge og legge til rette for at eleven får vist kompetansen sin på varierte måter, gi veiledning om videre læring, og tilpasse opplæringen slik at elevene kan bruke veiledningen for å utvikle og vise kompetansen sin i faget.

Standpunktvurdering

Standpunkt karakteren skal vise elevenes kompetanse i faget som helhet, ikke bare i enkelte mål. Den skal baseres på det eleven har vist gjennom forskjellige arbeids- og presentasjonsmåter, inkludert kompetansen eleven har vist gjennom praktisk og utforskende arbeid med faget. Standpunktvurderingen skal også omfatte kompetansen eleven har vist i møte med både kjente og ukjente problemstillinger.

Kompetansemål matematikk 3

Mål for opplæringen er at elevene skal kunne:

- anvende derivasjon til å drøfte forløpet til funksjoner og tolke den deriverte mot praktiske modeller.
- bruke formler for den deriverte til potens-, eksponential- og logaritmefunksjoner, og derivere summer, differanser, produkter, kvotienter og sammensetninger av disse funksjonene.
- forklare grenseverdi, derivasjon og steget fra endelige størrelser til infinitesimale størrelser f.eks. uttrykt geometrisk ved steget fra sekant til tangent
- elevene må kunne finne definisjonsområde, ekstremalpunkter og vendepunkter, krumningsforhold og asymptoter for polynomfunksjoner, rasjonelle funksjoner og sammensatte funksjoner.

- skissere grafen for den deriverte og den dobbelderiverte til en funksjon ut fra grafen til funksjonen og omvendt.
- utforske sammenhengen mellom forløpet av grafen til en eksponential- eller logaritmefunksjon og betydningen av koeffisienter i et funksjonsuttrykket
- regne med vektorer i planet, både geometrisk som piler og analytisk på koordinatform.
- beregne og analysere lengden av og vinkler mellom vektorer samt avgjøre parallellitet og ortogonalitet.
- utforske og anvende betingelser og regler for når geometriske rekker konvergerer og divergerer
- utforske egenskaper ved desargueskonfigurasjoner og harmoniske grunnfigurer med elementer innenfor det endelige planet og med uendelig fjerne elementer
- utforske sammenhenger mellom homologisk transformasjon og skyggebilder av plane figurer fra en punktluskilde
- gjøre rede for dualitet i det projektive planet og vise duale egenskaper ved konstruksjoner
- utforske periodiske fenomener og utvikle matematiske modeller for dem.
- utforske sammenhenger mellom graf og funksjonsuttrykk for trigonometriske funksjoner
- derivere og integrere trigonometriske funksjoner.
- løse enkle og sammensatte trigonometriske likninger
- gjøre rede for definisjonen av bestemt integral som grense for en sum og ubestemt integral som antiderivert
- beregne bestemte og ubestemte integraler av enkle og sammensatte funksjoner
- tolke og anvende det bestemte integralet i modeller av praktiske situasjoner og beregne bestemte integraler numerisk
- utforske det komplekse tallplanet og regneartene i de komplekse tall.
- utforske projektive egenskaper ved kjeglesnitt
- utforske egenskaper ved binomisk og hypergeometrisk fordelte stokastiske variable
- utforske egenskaper ved binomisk fordelte stokastiske variable med tilnærmet uendelig mange elementer
- utforske egenskaper ved stikkprøver og anvende disse på reelle datasett og til å utarbeide konfidensintervaller
- anvende parameterframstillinger til kurver og bruke parameterframstillinger til å løse naturvitenskaplige problemer, inkludert problemer knyttet til fart og akselerasjoner

Innhold og arbeidsmåter

Undervisningen tar gjerne utgangspunkt i utforskende oppgaver, spørsmål eller problemstillinger. På denne måten etterstreber vi å undervise på en måte som vekker

undring og nysgjerrighet hos eleven slik at spørsmålene «hvorfors» og «hvordan» oppstår hos eleven. Denne undringen virker sterkt motiverende for elevene, og læreren legger til rette for at elevene kan utforske disse spørsmålene enten individuelt, i grupper eller som et forskningsfellesskap i hele klassen. På denne måten får elevene øvelse i å utvikle nye ideer, formidle dem og prøve dem ut. Her er det avgjørende at elevene erfarer at de må gjøre feil, identifisere feil og rette feil for å gjennomføre et slikt utforskningsarbeid. Dette forskningsarbeidet tar gjerne utgangspunkt i konkrete og enkle problemstillinger, som egner seg til å generalisere. Læreren tilrettelegger på denne måten for at matematiske lovmessigheter utkrystalliserer seg som frukten av elevenes eget forskningsarbeid. Når forskningsarbeidet har ført elevene frem til nye lovmessigheter, er det viktig at elevene oppnår stødighet i å anvende disse. Øvelse og oppgaveløsning er derfor en sentral arbeidsform både i den utforskende og i den øvende delen av faget. Når elevene har sikret seg en forståelse av lovmessighetene og ferdigheter i å anvende dem kan erfaringen med lovmessigheter utvides ved å bearbeide dem med digitale verktøy. Elevene arbeider også med skriftlige og muntlige arbeidsformer som periodehefter, rapporter, presentasjoner etc. Tiden mellom opplæringsøktene er en viktig del av arbeidet i faget. Det er også sentralt i undervisningen at valget av undervisningsinnhold fordeler seg på de ulike klassetrinn ut fra overveielser om elevenes aldersspesifikke modning. Læreren må også ta hensyn til elevenes aldersspesifikke utvikling ved valg av tilnærming til undervisningsinnholdet og hvilken vinkling det får.

Matematikk er et øvelsesfag. Undervisningen legger til rette for at elevene møter utfordringer som de må anstrenge seg for å få til, men som de er i stand til å møte. Ved å erfare hvordan denne anstrengelse fører til mestring, øver elevene sin utholdenhet i arbeidet med matematiske utfordringer, som er en viktig faglig egenskap. Undervisningen legger til rette for at det er balanse mellom utforskende aktivitet og oppgaver som trener elevene i å anvende prosedyrer og metoder klassen har utviklet. De lovmessighetene og sammenhengene elevene har funnet, må øves for at de skal kunne danne grunnlag for videre utvikling og oppdagelse.

Vurdering

Underveisvurdering

Underveisvurderingen skal bidra til å fremme læring og til å utvikle kompetanse i faget. Elevene skal få mulighet til å vise kompetansen sin i matematikk gjennom hele opplæringen. De skal få rettleiding og oppmuntring og involveres i egen læringsprosess. Elevene viser kompetanse i matematikk når de utforsker og oppdager matematiske sammenhenger, generaliserer og kritisk vurderer resultatene sine, når de gjør beregninger og løser problemer og når de samarbeider med og kommuniserer med andre om arbeidet sitt. Læreren skal være i dialog med elevene om utviklingen deres i faget. Med utgangspunkt i kompetansen elevene viser, skal de få anledning til å sette ord på hva de opplever at de får til, og reflektere over egen faglige utvikling. Læreren skal planlegge og legge til rette for at eleven får vist kompetansen sin på varierte måter, gi veiledning om videre læring, og tilpasse opplæringen slik at elevene kan bruke veiledningen for å utvikle og vise kompetansen sin i faget.

Standpunktvurdering

Standpunkt karakteren skal vise elevenes kompetanse i faget som helhet, ikke bare i enkelte mål. Den skal baseres på det eleven har vist gjennom forskjellige arbeids- og

presentasjonsmåter, inkludert kompetansen eleven har vist gjennom praktisk og utforskende arbeid med faget. Standpunkt karakteren skal også omfatte kompetanse eleven har vist i møte med både kjente og ukjente problemstillinger.